Université M’Hamed Bougara Année  : 2022-2023

Faculté des Science Matière : Modélisation stochastique

Département de Mathematiques Master MSS /S3

**SERIE N0 1**

**Exercice 1** Soit un état dans , tel que est transitoire. Montrer que conditionnellement à = , la variable aléatoire est intégrable.

**Exercice 2** Dans un test de Vrai ou Faux, les questions sont posées de telle façon que suite à une réponse Vrai, une réponse Vrai est choisie les trois quarts du temps en moyenne et suite à une réponse Faux, une réponse Faux est choisie les deux tiers du temps en moyenne.

1. Donner la matrice de transition et tracer son graphe
2. La chaine est elle ergodique ?
3. Quelle est la fraction attendue des réponses Vrai sur un grand nombre de questions ?
4. Etudier le comportement asymptotique de cette chaine.

**Exercice 3** Une chaine de Markov sur les états 0,1,2,3 et 4 a comme matrice de transition

Déterminer :

1. Les classes d’états et leur type (transiente, récurrente positive ou nulle, périodique ou apériodique).
2. la probabilité d’atteindre l’état 4 à partir de l’état 0.
3. La limite de la probabilité de transition de l’état 0 à l’état 4 après pas lorsque , c'est-à-dire .

**Exercice 4** Une sauterelle se déplace sur les sites 0,1 et 2 disposés sur un cercle en allant à chaque saut au site adjacent dans le sens des aiguilles d’une montre avec probabilité et au site adjacent dans le sens contraire avec probabilité Soit la probabilité de passer du site au site en sauts.

1. Déterminer les valeurs de pour lesquelles converge pour tout et trouver les valeurs limites.
2. Trouver

**Exercice 5** Une personne dispose de 3 parapluies qui sont ou bien au bureau ou bien à la maison. Au départ de la maison tous les matins et du bureau tous les soirs, elle prend un parapluie s’il pleut à ce moment là et s’il y a un parapluie disponible à cet endroit là. Supposons qu’il pleuve à chaque départ avec probabilité 1/4 indépendamment de tous les autres. Soit le nombre de parapluies disponibles au lieu du départ au moment du nième départ. La matrice de transition de cette chaine est

1. La chaine est elle irréductible ? apériodique ?
2. La proportion moyenne de fois à long terme que la personne se fera mouiller parce qu’il pleut au moment du départ et qu’il n’ y a aucun parapluie disponible au lieu du départ à ce moment là.
3. On note le nombre de jours où cette personne n’avait aucun parapluie à son domicile le matin, parmi les premiers jours.
4. Exprimer en fonction de (
5. Etudier la limite de lorsque Justifier.

**Exercice 6** Soit une chaine de Markov sur les états 1,2,3,4 , de matrice de transition telle que

1. La chaine est elle irréductible ? périodique ?
2. Etudier le comportement asymptotique de cette chaine

**Exercice 7** On considère une chaine de Markov à valeurs dans l’espace d’états de matrice de transition :

1. Ecrire la matrice de transition sous forme canonique et calculer la matrice fondamentale de la chaine.
2. Trouver les temps moyens d’absorption et les probabilités d’absorption.
3. Trouver .